

1. Для данного числового ряда:

а). выписать три первых члена;

б). доказать его сходимость, пользуясь определением сходимости;

в). найти его сумму.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(2n+1)(2n+3)}$$

2. Установить расходимость ряда, используя необходимое условие сходимости.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \ln\left(1 + \frac{5}{n}\right)$$

3. Исследовать ряд на сходимость с помощью признака сравнения.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2(n-1)}{n^3}$$

4. Исследовать ряд на сходимость, используя признак сравнения в предельной форме.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(1 - \cos \frac{1}{n^2}\right)$$

5. Исследовать ряд на сходимость с помощью признака Даламбера.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{5^n}$$

6. Исследовать ряд на сходимость с помощью радикального признака Коши.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n+1)^n}$$

7. Исследовать ряд на сходимость с помощью радикального признака Коши.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{4n-2}\right)^{n^2}$$

8. Исследовать ряд на сходимость с помощью интегрального признака Коши.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$$

9. Исследовать на сходимость знакопеременный ряд.

а). $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n}{(n+3)!}$

б). $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n^5 + 7}{6^n}$

10. Найти радиус и область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{10}}{3n!} \cdot (x-1)^n$$

11. Используя разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора, получить разложение данных функций в степенные ряды по степеням $(x - x_0)$. Указать область сходимости полученных рядов.

$$y = \ln(4 - 3x); \quad x_0 = 1$$

12. Разложить функцию $f(x) = 3x - 5$ в ряд Фурье на интервале $[-\pi; \pi]$