Контрольная работа №4

23. Найти дифференциалы данных функций в пунктах (а, б, в, г) и производную от неявной функции (д)

а). $y = x^n \cdot a^{-x^2}$ б). $y = \dfrac{\arccos(1-x)}{\cos x + tg\, x}$ в). $y = \dfrac{\arccos x^2}{\sqrt{2x - x^2}}$

г). $y = \sqrt[x]{arctg\, x}$ д) $\ln y + \dfrac{x}{y} = c$

33. Найти $\dfrac{dy}{dx}$ и $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ при заданном значении x или t.

а). $y = x^6 - 4x^3 + 4, \quad x = 1$ б). $\begin{cases} x = arctg\, t \\ y = \ln(1 + t^2) \end{cases} \quad t = 1$

72. Для уравнения движения тела $\bar{r}(t) = a \cdot \cos t \cdot \bar{i} + e^t \cdot \sin t \cdot \bar{j} + a \cdot \ln\cos t \cdot \bar{k}$, где t – время. Определить скорость и ускорение тела в момент $t_0 = 0$, изобразить эти векторы.

Контрольная работа №5

23. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке [a;b]

$f(x) = \dfrac{1}{2}x - \sin x, \qquad \left[-2\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right]$

33. Открытый бак имеет форму цилиндра. При данном объёме каковы должны будут радиус основания и высота цилиндра, чтобы его поверхность была наименьшей?

72. Провести полное исследование данных функций и начертить их графики

а). $y = \dfrac{(x-1)^2}{x^2 + 1}$ б). $y = x^3 \cdot e^x$

Контрольная работа №6

23. Найти область определения функции двух переменных. Сделать схематический чертёж.

$z = \sqrt{y \cdot \ln x}$

33. Дана функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1)$. Показать, что она удовлетворяет данному уравнению:

$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

72. Дана функция $z = f(x, y)$ и две точки A(x0;y0) и B(x1;y1). Требуется:

1). Вычислить значение z1 функции в точке B;

2). Вычислить приближённое значение $\overline{z1}$ функции в точке B, исходя из значения z0 функции в точке A, заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом; оценить в % относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом;

3). Составить уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$ в точке C(x0;y0;z0)

$z = 2x^2 - 9xy - y, \quad A(1;1),\ B(0{,}98;1{,}03)$

106. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x, y)$ в замкнутой области:

$z = x^2 + y^2 - xy - 5y + 3$ *в трапеции, ограниченной прямыми* $x = 0,\ y = 0,\ y = 5,\ y = 8 - x$

136. Даны функция $z = z(x, y)$, точка А и вектор $\vec{a}$. Найти: 1). $\overline{grad}\ z$ *в точке* A;

2). производную в точке А в направлении вектора $\vec{a}$.

$z = \ln(x^2 + 3xy), \quad A(1; -2), \quad \vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$