

Контрольная работа №4

13. Найти дифференциалы данных функций в пунктах (а, б, в, г) и производную от неявной функции (д)

а). $y = x^n \cdot a^{-x}$

б). $y = \arcsin \frac{x^2 - 4}{4} + 7x$

в). $y = \frac{x + \cos^3 2x}{\operatorname{tg}(x+1)}$

г). $y = (x-2)^{\cos x}$

д). $x^2 - xy + 3^{x+y} = 2$

48. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ при заданном значении x или t .

а). $y = \ln \operatorname{ctg} 4x, \quad x = \frac{\pi}{8}$

б). $\begin{cases} x = 2t - \frac{t^3}{3} \\ y = t^4 + 6t - 1 \end{cases} \quad t = 2$

62. Для уравнения движения тела $\vec{r}(t) = \cos a \cdot \cos wt \cdot \vec{i} + \sin a \cdot \sin wt \cdot \vec{j} + \sin wt \cdot \vec{k}$, где t – время. Определить скорость и ускорение тела в момент $t_0 = 0$, изобразить эти векторы.

Контрольная работа №5

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[a; b]$

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}, \quad \left[0; \frac{1}{2}\right]$$

48. В шар радиуса R вписать конус наибольшего объёма V .

62. Провести полное исследование данных функций и начертить их графики

а). $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$

б). $y = x^3 \cdot e^{-x}$

Контрольная работа №6

23. Найти область определения функции двух переменных. Сделать схематический чертёж.

$$z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$$

48. Дана функция $z = e^{xy^2}$. Показать, что она удовлетворяет данному уравнению:

$$\frac{y^3}{2(y^2x+1)} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

62. Дана функция $z = f(x, y)$ и две точки $A(x_0; y_0)$ и $B(x_1; y_1)$. Требуется:

1). Вычислить значение z_1 функции в точке B ;

2). Вычислить приближённое значение z_1 функции в точке B , исходя из значения z_0 функции в точке A , заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом; оценить в % относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом;

3). Составить уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$ в точке $C(x_0; y_0; z_0)$

$$z = xy + y^2 - 2x \quad A(2,1); \quad B(2,03; 0,96)$$

108. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x, y)$ в замкнутой области:

$$z = 2y^2 + 3x^2 - 2xy - 5x \quad \text{в треугольнике, ограниченном прямыми } y = 0, y = 4 - x, y = 8 + x$$

138. Даны функция $z = z(x, y)$, точка A и вектор \vec{a} . Найти:

1). $\overline{\operatorname{grad}} z$ в точке A ; 2). производную в точке A в направлении вектора \vec{a} .

$$z = \ln(1 + xy + x^2), \quad A\left(2; \frac{1}{2}\right), \quad \vec{a} = 7\vec{i} - \vec{j}$$