

1. Найти производную  $y'_x$  данных функций.

а).  $y = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{3}}{1-x^2}$ ;    б).  $y = x^5 \sqrt{x^6 - 8}$ ;    в).  $y = \ln^3 \sin e^{x^2}$ ;

г).  $x \sin y - \cos y + y^2 = 0$ ;    д).  $y = x^{tg 2x}$

2. Найти  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$  для данных функций.

а).  $y = x\sqrt{1+x^2}$ ;    б).  $\begin{cases} x = 5 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$

3. В конус с высотой  $H = 8$  см и радиусом основы  $R = 3$  см вписан в цилиндр. Найти тот, который имеет наибольший объём.

4. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции  $z = f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ .

$$y = \frac{x^3}{2(1+x)^2}, \quad [-4; -2]$$

5. Задана функция  $z = 2x^2 - 3xy + y^2 - x$  и две точки  $A(x_0; y_0)$  и  $B(x_1; y_1)$ . Нужно:

а). вычислить значение  $z_0 = f(x_0; y_0)$  функции в точке А;

б). вычислить значение  $z_1 = f(x_1; y_1)$  функции в точке В;

в). вычислить приближённое значение  $\bar{z}_1 = f(x_1; y_1)$  в точке В, исходя из значения  $z_0$  в точке А, заменив приращение функции при переходе от точки А к точке В дифференциалом, оценить в % относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции её дифференциалом;  $A(1; 2)$ ,  $B(0.98; 2.03)$

6. Задана функция  $z = \frac{x}{y^3} + \frac{y}{x^2}$ , точка  $A(-2; 1)$  и вектор  $\bar{a} = (i - 2j)$ . Найти:

а).  $\operatorname{grad} z$  в точке А;

б). производную в точке А по направлению вектора  $\bar{a}$ .

7. Найти неопределённые интегралы

а).  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{7-x^8}}$ ;    б).  $\int \frac{3x+2}{x^2+8x+20} dx$ ;    в).  $\int \frac{(e^x+5)e^x}{e^{2x}+9} dx$ .

8. Вычислить определённые интегралы

а).  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3+2\cos x}$ ;    б).  $\int_1^{e^2} x^2 \ln x dx$ ;    в).  $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$ ;

9. Вычислить интегралы или установить их сходимость или расхождение.

а).  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(1+x)}$ ;    б).  $\int_0^1 e^{\frac{1}{x}} \frac{dx}{x^2}$

10. а). Вычислить площадь, ограниченную кривыми:  $y = 3x^2 + 1$ ,  $y = 3x + 7$ .

б). Найти длину дуги кривой  $\rho = 3(1 + \cos \varphi)$