

1. Вычислить пределы.

$$\begin{aligned} \text{а)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\sqrt{x^2 + 4}}{\sqrt[3]{x^3 - 1}}; & \quad \text{в)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5+x} - \sqrt{5-x}}; & \quad \text{д)} \lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 3)(\ln(x + 2) - \ln x); \\ \text{б)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 5x + 6}; & \quad \text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 5x}{4x^3}; & \quad \text{е)} \lim_{x \rightarrow -5-0} 5^{\frac{2}{x+5}} \end{aligned}$$

2. Исследуйте на непрерывность функцию и постройте график

$$y = \begin{cases} \frac{1}{2}\sqrt{4-x}, & x < 0 \\ \cos 2x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \\ -x, & x > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

3. Найти производные y'_x данных функций.

$$\begin{aligned} \text{а)} y = 6^x \operatorname{arctg} x + \log_6 x; & \quad \text{в)} (tg^3 x)^{\sin 6x}; & \quad \text{д)} \begin{cases} x = \frac{1 + \ln t}{t} \\ y = \frac{3 + 2 \ln t}{t} \end{cases} \\ \text{б)} y = \frac{\ln(\operatorname{ctg} x)}{x^2 \operatorname{tg} x}; & \quad \text{г)} x = \sin xy; & \quad \text{е)} y = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} \end{aligned}$$

4. Напишите уравнение касательной к гиперболе $y = \frac{x+9}{x+5}$, проходящую через начало координат.

5. Исследовать функцию и построить график.

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$$

6. Найти все частные производные второго порядка для функции

$$z = \arcsin xy$$

7. Найти производные первого порядка для сложной функции

$$z = (x^2 + 1) \ln y, \quad x = uv, \quad y = 3u + 2v$$

8. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $z = f(x, y)$ в области D .

$$z = \frac{1}{2}x^2 - xy, \quad D: y \geq \frac{x^2}{3}, \quad y \leq 3$$