

Х. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Расчетные задания

Задача 1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число α ?

1.1. Множество всех векторов трехмерного пространства, координаты которых – целые числа; сумма $a + b$, произведение $\alpha \cdot a$.

1.2. Множество всех векторов, лежащих на одной оси; сумма $a + b$, произведение $\alpha \cdot a$.

1.3. Множество всех векторов на плоскости, каждый из которых лежит на одной из осей; сумма $a + b$, произведение $\alpha \cdot a$.

1.4. Множество всех векторов трехмерного пространства; сумма $a + b$, произведение $\alpha \cdot a$.

1.5. Множество всех векторов, лежащих на одной оси; сумма $a + b$, произведение $\alpha \cdot |a|$.

1.6. Множество всех векторов, являющихся линейными комбинациями векторов x , y , z ; сумма $a + b$, произведение $\alpha \cdot a$.

1.7. Множество всех функций $a = f(t)$, $b = g(t)$, принимающих положительные значения; сумма $f(t) \cdot g(t)$, произведение $f^\alpha(t)$.

1.8. Множество всех непрерывных функций $a = f(t)$, $b = g(t)$, заданных на $[0, 1]$; сумма $f(t) + g(t)$, произведение $\alpha \cdot f(t)$.

1.9. Множество всех четных функций $a = f(t)$, $b = g(t)$, заданных на $[-1, +1]$; сумма $f(t) \cdot g(t)$, произведение $f^\alpha(t)$.

1.10. Множество всех нечетных функций $a = f(t)$, $b = g(t)$, заданных на $[-1, +1]$; сумма $f(t) + g(t)$, произведение $\alpha \cdot f(t)$.

1.11. Множество всех линейных функций $a = f(x_1, x_2)$, $b = g(x_1, x_2)$; сумма $f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)$, произведение $\alpha \cdot f(x_1, x_2)$.

1.12. Множество всех многочленов третьей степени от переменной x ; сумма $a + b$, произведение $\alpha \cdot a$.

1.13. Множество всех многочленов степени, меньшей или равной трем от переменных x , y ; сумма $a + b$, произведение $\alpha \cdot a$.

1.14. Множество всех упорядоченных наборов из n чисел

$$a = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \quad b = \{y_1, y_2, \dots, y_n\};$$

сумма $\{x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n\}$, произведение $\{\alpha x_1, \alpha x_2, \dots, \alpha x_n\}$.

1.15. Множество всех упорядоченных наборов из n чисел

$$a = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \quad b = \{y_1, y_2, \dots, y_n\};$$

сумма $\{x_1 y_1, x_2 y_2, \dots, x_n y_n\}$, произведение $\{\alpha x_1, \alpha x_2, \dots, \alpha x_n\}$.

1.16. Множество всех сходящихся последовательностей $a = \{u_n\}$, $b = \{v_n\}$;

сумма $\{u_n + v_n\}$, произведение $\{\alpha u_n\}$.

1.17. Множество всех многочленов от одной переменной степени меньшей или равной n ;

сумма $a + b$, произведение $\alpha \cdot a$.

1.18. Множество всех многочленов от одной переменной степени n ;

сумма $a + b$, произведение $\alpha \cdot a$.

1.19. Множество всех диагональных матриц

$$a = \|a_{ik}\|, \quad b = \|b_{ik}\|, \quad i, k = 1, 2, \dots, n;$$

сумма $\|a_{ik} + b_{ik}\|$, произведение $\|\alpha a_{ik}\|$.

1.20. Множество всех невырожденных матриц

$$a = \|a_{ik}\|, \quad b = \|b_{ik}\|, \quad i, k = 1, 2, \dots, n;$$

сумма $\|a_{ik}\| \cdot \|b_{ik}\|$, произведение $\|\alpha a_{ik}\|$.

1.21. Множество всех квадратных матриц

$$a = \|a_{ik}\|, \quad b = \|b_{ik}\|, \quad i, k = 1, 2, \dots, n;$$

сумма $\|a_{ik} + b_{ik}\|$, произведение $\|\alpha a_{ik}\|$.

1.22. Множество всех диагональных матриц $a = \|a_{ik}\|$, $b = \|b_{ik}\|$ размера $n \times n$;

сумма $\|a_{ik}\| \cdot \|b_{ik}\|$, произведение $\|\alpha a_{ik}\|$.

1.23. Множество всех квадратных матриц

$$a = \|a_{ik}\|, \quad b = \|b_{ik}\|, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad k = 1, 2, \dots, n;$$

сумма $\|a_{ik} + b_{ik}\|$, произведение $\|\alpha a_{ik}\|$.

1.24. Множество всех симметричных матриц

$$a = \|a_{ik}\| \quad (a_{ik} = a_{ki}), \quad b = \|b_{ik}\| \quad (b_{ik} = b_{ki}), \quad i, k = 1, 2, \dots, n;$$

сумма $\|a_{ik} + b_{ik}\|$, произведение $\|\alpha a_{ik}\|$.

1.25. Множество всех целых чисел;

сумма $a + b$, произведение $[\alpha \cdot a]$.

1.26. Множество всех действительных чисел;

сумма $a + b$, произведение $\alpha \cdot a$.

1.27. Множество всех положительных чисел;

сумма $a \cdot b$, произведение a^α .

1.28. Множество всех отрицательных чисел;

сумма $-|a| \cdot |b|$, произведение $-|a|^\alpha$.

1.29. Множество всех действительных чисел;

сумма $a \cdot b$, произведение $\alpha \cdot a$.

1.30. Множество всех дифференцируемых функций $a = f(t)$, $b = g(t)$;

сумма $f(t) + g(t)$, произведение $\alpha \cdot f(t)$.

1.31. Множество всех дифференцируемых функций $a = f(t)$, $b = g(t)$;

сумма $f(t) \cdot g(t)$, произведение $\alpha \cdot f(t)$.

Задача 2. Исследовать на линейную зависимость систему векторов.

2.1. $\mathbf{a} = \{1, 4, 6\}$, $\mathbf{b} = \{1, -1, 1\}$, $\mathbf{c} = \{1, 1, 3\}$.

2.2. $\sin \mathbf{x}$, $\cos \mathbf{x}$, $\operatorname{tg} \mathbf{x}$ на $(-\pi/2, \pi/2)$.

2.3. $\mathbf{a} = \{2, -3, 1\}$, $\mathbf{b} = \{3, -1, 5\}$, $\mathbf{c} = \{1, -4, 3\}$.

2.4. 2 , $\sin \mathbf{x}$, $\sin^2 \mathbf{x}$, $\cos^2 \mathbf{x}$ на $(-\infty, +\infty)$.

2.5. $\mathbf{a} = \{5, 4, 3\}$, $\mathbf{b} = \{3, 3, 2\}$, $\mathbf{c} = \{8, 1, 3\}$.

2.6. 1 , \mathbf{x} , $\sin \mathbf{x}$ на $(-\infty, +\infty)$.

2.7. $\mathbf{a} = \{1, 1, 1\}$, $\mathbf{b} = \{0, 1, 1\}$, $\mathbf{c} = \{0, 0, 1\}$.

2.8. e^x , e^{2x} , e^{3x} на $(-\infty, +\infty)$.

2.9. $\mathbf{a} = \{1, -1, 2\}$, $\mathbf{b} = \{-1, 1, -1\}$, $\mathbf{c} = \{2, -1, 1\}$.

2.10. \mathbf{x} , \mathbf{x}^2 , $(1+\mathbf{x})^2$ на $(-\infty, +\infty)$.

2.11. $\mathbf{a} = \{1, 2, 3\}$, $\mathbf{b} = \{4, 5, 6\}$, $\mathbf{c} = \{7, 8, 9\}$.

2.12. 1 , \mathbf{x} , \mathbf{x}^2 , $(1+\mathbf{x})^2$ на $(-\infty, +\infty)$.

2.13. $\mathbf{a} = \{1, 1, 1\}$, $\mathbf{b} = \{1, 2, 3\}$, $\mathbf{c} = \{1, 3, 6\}$.

2.14. $\cos \mathbf{x}$, $\sin \mathbf{x}$, $\sin 2\mathbf{x}$ на $(-\pi/2, \pi/2)$.

2.15. $\mathbf{a} = \{3, 4, -5\}$, $\mathbf{b} = \{8, 7, -2\}$, $\mathbf{c} = \{2, -1, -8\}$.

2.16. e^x , e^{-x} , e^{2x} на $(-\infty, +\infty)$.

2.17. $\mathbf{a} = \{3, 2, -4\}$, $\mathbf{b} = \{4, 1, -2\}$, $\mathbf{c} = \{5, 2, -3\}$.

2.18. $1+\mathbf{x}+\mathbf{x}^2$, $1+2\mathbf{x}+\mathbf{x}^2$, $1+3\mathbf{x}+\mathbf{x}^2$ на $(-\infty, +\infty)$.

2.19. $\mathbf{a} = \{0, 1, 1\}$, $\mathbf{b} = \{1, 0, 1\}$, $\mathbf{c} = \{1, 1, 0\}$.

2.20. 1 , e^x , $\operatorname{sh} x$ на $(-\infty, +\infty)$.

2.21. $\mathbf{a} = \{5, -6, 1\}$, $\mathbf{b} = \{3, -5, -2\}$, $\mathbf{c} = \{2, -1, 3\}$.

2.22. $1/x$, \mathbf{x} , 1 на $(0, 1)$.

2.23. $\mathbf{a} = \{7, 1, -3\}$, $\mathbf{b} = \{2, 2, -4\}$, $\mathbf{c} = \{3, -3, 5\}$.

2.24. 1 , $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$ на $(0, \pi/2)$.

2.25. $\mathbf{a} = \{1, 2, 3\}$, $\mathbf{b} = \{6, 5, 9\}$, $\mathbf{c} = \{7, 8, 9\}$.

2.26. \mathbf{x} , $1+\mathbf{x}$, $(1+\mathbf{x})^2$ на $(-\infty, +\infty)$.

2.27. $\mathbf{a} = \{2, 1, 0\}$, $\mathbf{b} = \{-5, 0, 3\}$, $\mathbf{c} = \{3, 4, 3\}$.

2.28. e^x , $\mathbf{x}e^x$, $\mathbf{x}^2 e^x$ на $(-\infty, +\infty)$.

2.29. $\mathbf{a} = \{2, 0, 2\}$, $\mathbf{b} = \{1, -1, 0\}$, $\mathbf{c} = \{0, -1, -2\}$.

2.30. e^x , $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$ на $(-\infty, +\infty)$.

$$2.31. \mathbf{a} = \{-2, 1, 5\}, \quad \mathbf{b} = \{4, -3, 0\}, \quad \mathbf{c} = \{0, -1, 10\}.$$

Задача 3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы.

$$3.1. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases} \quad 3.2. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.3. \begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases} \quad 3.4. \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.5. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0. \end{cases} \quad 3.6. \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 - 2x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.7. \begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0, \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0. \end{cases} \quad 3.8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 6x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.9. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases} \quad 3.10. \begin{cases} \frac{3}{2}x_1 + \frac{5}{4}x_2 + \frac{5}{7}x_3 + x_4 = 0, \\ \frac{3}{5}x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{2}{7}x_3 + \frac{2}{5}x_4 = 0, \\ \frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{6}x_2 + \frac{2}{21}x_3 + \frac{2}{15}x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3.11. \begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases} \quad 3.12. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3.13. \begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases} \quad 3.14. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.15. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.16. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.17. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.18. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.19. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.20. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.21. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.22. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.23. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 7x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.24. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0, \\ 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.25. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3.26. \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.27. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 6x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.28. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.29. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 16x_3 + x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.30. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3.31. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

Задача 4. Найти координаты вектора \mathbf{x} в базисе $(\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3)$, если он задан в

базисе $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$.

$$4.1. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{6, -1, 3\}. \end{cases}$$

$$4.2. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (3/2)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{1, 2, 4\}. \end{cases}$$

$$4.3. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (4/3)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{1, 3, 6\}. \end{cases}$$

$$4.4. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + (3/2)\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = 3\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{2, 4, 1\}. \end{cases}$$

$$4.5. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + (4/3)\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = 4\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{6, 3, 1\}. \end{cases}$$

$$4.6. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 5\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (5/4)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{1, 4, 8\}. \end{cases}$$

$$4.7. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + (5/4)\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = 5\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{8, 4, 1\}. \end{cases}$$

$$4.8. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 6\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (6/5)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{2, 5, 10\}. \end{cases}$$

$$4.9. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + (6/5)\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = 6\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{10, 5, 1\}. \end{cases}$$

$$4.10. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 7\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (7/6)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{1, 6, 12\}. \end{cases}$$

$$4.11. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + (7/6)\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = 7\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{-12, 6, 1\}. \end{cases}$$

$$4.12. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 8\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (8/7)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{-1, 7, 14\}. \end{cases}$$

$$4.13. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (1/2)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{-3, 2, 4\}. \end{cases}$$

$$4.14. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + (1/2)\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = -\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{2, 4, 3\}. \end{cases}$$

$$4.15. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (2/3)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{2, 6, -3\}. \end{cases}$$

$$4.16. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + (2/3)\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = -2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{12, 3, -1\}. \end{cases}$$

$$4.17. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (3/4)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{1, -4, 8\}. \end{cases}$$

$$4.18. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (3/4)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{1, 4, -8\}. \end{cases}$$

$$4.19. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 4\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (4/5)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{7, -5, 10\}. \end{cases}$$

$$4.20. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + (4/5)\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = -4\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{5, -5, -4\}. \end{cases}$$

$$4.21. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 5\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (5/6)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{1, -6, 6\}. \end{cases}$$

$$4.22. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + (5/6)\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = -5\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{6, 6, 2\}. \end{cases}$$

$$4.23. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 6\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (6/7)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{1, 7, -7\}. \end{cases}$$

$$4.24. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + (6/7)\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = -6\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{7, 7, 2\}. \end{cases}$$

$$4.25. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 7\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (7/8)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{3, -8, 8\}. \end{cases}$$

$$4.26. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 8\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (8/9)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{1, -9, 9\}. \end{cases}$$

$$4.27. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + (8/9)\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = -8\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{9, 9, 2\}. \end{cases}$$

$$4.28. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 9\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (9/10)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{3, -10, 10\}. \end{cases}$$

$$4.29. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + (9/10)\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = -9\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{10, 10, 7\}. \end{cases}$$

$$4.30. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 10\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (10/9)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{1, 9, 18\}. \end{cases}$$

$$4.31. \begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 11\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (11/10)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \\ \mathbf{x} = \{1, 10, 10\}. \end{cases}$$

Задача 5. Пусть $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными следующие преобразования:

$$Ax = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, -3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3),$$

$$5.1. Bx = (6 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2),$$

$$Cx = (x_3^4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3).$$

$$Ax = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_2 + 2),$$

$$5.2. Bx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 0, x_2^4 + 2x_3),$$

$$Cx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_2 + 2x_3).$$

$$Ax = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2^4 + 3x_3),$$

$$5.3. Bx = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2 + 3x_3),$$

$$Cx = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2 + 3).$$

$$Ax = (3x_1 + 2x_2 + x_3, \quad x_3, \quad 2x_1 - 3x_2 - 4x_3),$$

$$5.4. \quad Bx = (3x_1 + 2x_2 + x_3, \quad 1, \quad 2x_1 - 3x_2 - 4),$$

$$Cx = (3x_1 + 2x_2 + x_3, \quad x_3, \quad 2x_1^4 - 3x_2 - 4x_3).$$

$$Ax = (x_1, \quad x_1 - 2x_2 - 3, \quad 4x_1 - 5x_2 - 6),$$

$$5.5. \quad Bx = (x_1, \quad x_1 - 2x_2 - 3x_3, \quad 4x_1^4 - 5x_2 - 6x_3),$$

$$Cx = (x_1, \quad x_1 - 2x_2 - 3x_3, \quad 4x_1 - 5x_2 - 6x_3).$$

$$Ax = (2x_1 + x_2, \quad x_2 - 2x_3, \quad 3x_1 - 4x_2^2 - 5x_3),$$

$$5.6. \quad Bx = (2x_1 + x_2, \quad x_2 - 2x_3, \quad 3x_1 - 4x_2 - 5x_3),$$

$$Cx = (2x_1 + x_2, \quad x_2 - 2, \quad 3x_1 - 4x_2 - 5).$$

$$Ax = (x_1, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3, \quad 4x_1 + 5x_2 + 6x_3),$$

$$5.7. \quad Bx = (x_1, \quad x_1 + 2x_2 + 3, \quad 4x_1 + 5x_2 + 6),$$

$$Cx = (x_1, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3, \quad 4x_1^4 + 5x_2 + 6x_3).$$

$$Ax = (3x_1 - 2x_2 - x_3, \quad 1, \quad x_1 + 2x_2 + 3),$$

$$5.8. \quad Bx = (3x_1 - 2x_2 - x_3, \quad 0, \quad x_1^3 + 2x_2 + 3x_3),$$

$$Cx = (3x_1 - 2x_2 - x_3, \quad x_3, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3).$$

$$Ax = (2x_1 - x_2, \quad x_3, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3^4),$$

$$5.9. \quad Bx = (2x_1 - x_2, \quad x_3, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3),$$

$$Cx = (2x_1 - x_2, \quad 1, \quad x_1 + 2x_2 + 3).$$

$$Ax = (x_3, \quad 2x_1 + 3x_2 + 4x_3, \quad 5x_1 + 6x_2 + 7x_3),$$

$$5.10. \quad Bx = (x_3, \quad 2x_1 + 3x_2 + 4, \quad 5x_1 + 6x_2 + 7),$$

$$Cx = (x_3, \quad 0, \quad 5x_1^4 + 6x_2 + 7x_3).$$

$$Ax = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, \quad 3x_1 - 2x_2 - x_3, \quad 0),$$

$$5.11. \quad Bx = (6x_1 - 5x_2 - 4, \quad 3x_1 - 2x_2 - x_3, \quad 0),$$

$$Cx = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, \quad 3x_1 - 2x_2 - x_3^2, \quad 0).$$

$$Ax = (5x_1 - 4x_2 - 3, 2x_1 - x_2, x_3^2),$$

$$5.12. Bx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, 1),$$

$$Cx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_3).$$

$$Ax = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1^2, x_2 + 2x_3),$$

$$5.13. Bx = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_2 + 2x_3),$$

$$Cx = (4x_1 - 3x_2 - 2, x_1, x_2 + 2).$$

$$Ax = (3x_1 + 2x_2 + x_3, 0, x_1 - 2x_2 - 3x_3),$$

$$5.14. Bx = (3x_1 + 2x_2 + 1, 0, x_1 - 2x_2 - 3),$$

$$Cx = (3x_1 + 2x_2 + x_3, 0, x_1^2 - 2x_2 - 3x_3).$$

$$Ax = (x_1, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5),$$

$$5.15. Bx = (x_1, x_2^2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5),$$

$$Cx = (x_1, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5x_3).$$

$$Ax = (2x_1 + x_2, x_3^2, 2x_1 - 3x_2 - 4x_3),$$

$$5.16. Bx = (2x_1 + x_2, x_3, 2x_1 - 3x_2 - 4x_3),$$

$$Cx = (2x_1 + x_2, x_3, 2x_1 - 3x_2 - 4).$$

$$Ax = (x_1, x_2 + 2x_3, 3x_1 + 4x_2 + 5x_3),$$

$$5.17. Bx = (x_1, x_2 + 2x_3, 3x_1 + 4x_2 + 5),$$

$$Cx = (x_1, x_2^2 + 2x_3, 3x_1 + 4x_2 + 5x_3).$$

$$Ax = (3x_1 - 2x_2 - 1, 0, x_1 + 2x_2 + 3x_3),$$

$$5.18. Bx = (3x_1^2 - 2x_2 - x_3, 0, 0),$$

$$Cx = (3x_1 - 2x_2 - x_3, 0, x_1 + 2x_2 + 3x_3).$$

$$Ax = (2x_1^2 - x_2, x_3, 2x_2 + 3x_3),$$

$$5.19. Bx = (2x_1 - x_2, x_3, 2x_2 + 3x_3),$$

$$Cx = (2x_1 - x_2, x_3, 2x_2 + 3).$$

$$Ax = (0, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3, \quad 4x_1 + 5x_2 + 6x_3),$$

$$5.20. \quad Bx = (0, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3, \quad 4x_1 + 5x_2 + 6),$$

$$Cx = (0, \quad x_1^2 + 2x_2 + 3x_3, \quad 4x_1 + 5x_2 + 6x_3).$$

$$Ax = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, \quad 3x_1 - 2x_2 - x_3, \quad x_2),$$

$$5.21. \quad Bx = (6x_1 - 5x_2 - 4, \quad 3x_1 - 2x_2 - x_3, \quad x_2),$$

$$Cx = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3^3, \quad 3x_1 - 2x_2 - x_3, \quad 0).$$

$$Ax = (5x_1 - 4x_2 - 3, \quad 2x_1 - x_2, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3),$$

$$5.22. \quad Bx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3^3, \quad 2x_1 - x_2, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3),$$

$$Cx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, \quad 2x_1 - x_2, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3).$$

$$Ax = (4x_1 - 3x_2^3 - 2x_3, \quad x_1 + x_3, \quad 0),$$

$$5.23. \quad Bx = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, \quad x_1 + x_3, \quad 2x_1 + 3x_2 + 4x_3),$$

$$Cx = (4x_1 - 3x_2 - 2, \quad x_1 + x_3, \quad 2x_1 + 3x_2 + 4x_3).$$

$$Ax = (3x_1 + 4x_2 + 5x_3, \quad 6x_1 + 7x_2 + 8x_3, \quad 9x_1 + x_3),$$

$$5.24. \quad Bx = (3x_1 + 4x_2 + 5, \quad 6x_1 + 7x_2 + 8, \quad 9x_1 + x_3),$$

$$Cx = (3x_1 + 4x_2 + 5x_3^3, \quad 6x_1 + 7x_2 + 8x_3, \quad 0).$$

$$Ax = (2x_1 + 3x_2 + 4, \quad 5x_1 + 6x_2 + 7, \quad 8x_1 + x_3),$$

$$5.25. \quad Bx = (2x_1 + 3x_2 + 4x_3^3, \quad 5x_1 + 6x_2 + 7x_3, \quad 0),$$

$$Cx = (2x_1 + 3x_2 + 4x_3, \quad 5x_1 + 6x_2 + 7x_3, \quad 8x_1 + x_3).$$

$$Ax = (x_1^3 + x_3, \quad 2x_1 + 3x_2 + 4x_3, \quad 0),$$

$$5.26. \quad Bx = (x_1 + x_3, \quad 2x_1 + 3x_2 + 4x_3, \quad 5x_1 + 6x_2 + 7x_3),$$

$$Cx = (x_1 + 1, \quad 2x_1 + 3x_2 + 4, \quad 5x_1 + 6x_2 + 7x_3).$$

$$Ax = (3x_1 - 2x_2 - x_3, \quad x_2 + 2x_3, \quad 3x_1 + 4x_2 + 5x_3),$$

$$5.27. \quad Bx = (3x_1 - 2x_2 - 1, \quad x_2 + 2, \quad 3x_1 + 4x_2 + 5x_3),$$

$$Cx = (3x_1 - 2x_2 - x_3^3, \quad x_2 + 2x_3, \quad 0).$$

$$Ax = (2x_1 - x_2, \quad x_1 + 2x_2 + 3, \quad 4x_1 + 5x_2 + 6x_3),$$

$$5.28. Bx = (2x_1 - x_2^3, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3, \quad 0),$$

$$Cx = (2x_1 - x_2, \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3, \quad 4x_1 + 5x_2 + 6x_3).$$

$$Ax = (x_1^3 + 2x_2 + 3x_3, \quad 4x_1 + 5x_2 + 6x_3, \quad 7x_1 + 8x_2),$$

$$5.29. Bx = (x_1 + 2x_2 + 3x_3, \quad 4x_1 + 5x_2 + 6x_3, \quad 7x_1 + 8x_2),$$

$$Cx = (x_1 + 2x_2 + 3, \quad 4x_1 + 5x_2 + 6, \quad 7x_1 + 8x_2).$$

$$Ax = (x_2 + 2x_3, \quad 3x_1 + 4x_2 + 5x_3, \quad 6x_1 + 7x_2 + 8x_3),$$

$$5.30. Bx = (x_2 + 2, \quad 3x_1 + 4x_2 + 5, \quad 6x_1 + 7x_2 + 8x_3),$$

$$Cx = (x_2^3 + 2x_3, \quad 3x_1 + 4x_2 + 5x_3, \quad 6x_1 + 7x_2 + 8x_3).$$

$$Ax = (x_1^2, \quad x_1 - x_3, \quad x_2 + x_3),$$

$$5.31. Bx = (1, \quad x_1 - x_3, \quad x_2 + x_3),$$

$$Cx = (x_1, \quad x_1 - x_3, \quad x_2 + x_3).$$

Задача 6. Пусть $x = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Ax = \{x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3\}$,

$Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}$. Найти:

6.1. ABx .

6.2. A^2x .

6.3. $(A^2 - B)x$.

6.4. B^4x .

6.5. B^2x .

6.6. $(2A + 3B^2)x$.

6.7. $(A^2 + B^2)x$.

6.8. $(B^2 + A)x$.

6.9. BAx .

6.10. $B(2A - B)x$.

6.11. $A(2B - A)x$.

6.12. $2(AB + 2A)x$.

6.13. $(A - B)^2x$.

6.14. $(B - 2A^2)x$.

6.15. BA^2x .

6.16. $(3A^2 + B)x$.

6.17. $(A^2 + B)x$.

6.18. $(A^2 - B^2)x$.

6.19. $(2B - A^2)x$.

6.20. B^3x .

6.21. $(B^2 - 2A)x$.

6.22. $(A(B + A))x$.

6.23. $(AB^2)x$.

6.24. $(A(B - A))x$.

6.25. $2(B + 2A^2 + B^2)x$.

6.26. $(B(A - B))x$.

6.27. $(B - A + B^2)x$.

6.28. $(B(A+B))x$.

6.29. $(A+BA-B)x$.

6.30. $(3B+2A^2)x$.

6.31. $(B(2A+B))x$.

Задача 7. Найти матрицу в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, \quad e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, \quad e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3,$$

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) .

7.1.
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

7.2.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

7.3.
$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

7.4.
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

7.5.
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

7.6.
$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

7.7.
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.8.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.9.
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.10.
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.11.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

7.12.
$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

7.13.
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.14.
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

7.15.
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.16.
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.17.
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.18.
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.19.
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.20.
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.21.
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.22.
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.23.
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.24.
$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

7.25.
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

7.26.
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

7.27.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

7.28.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.29.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.30.
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

7.31.
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 8. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора:

8.1. проектирования на ось Ox ;

8.2. проектирования на плоскость $z = 0$;

8.3. проектирования на ось Oz ;

8.4. зеркального отражения относительно плоскости Oyz ;

8.5. проектирования на ось Oy ;

8.6. проектирования на плоскость $y = 0$;

8.7. зеркального отражения относительно плоскости $x - y = 0$;

8.8. зеркального отражения относительно плоскости $y + z = 0$;

8.9. проектирования на плоскость $y - z = 0$;

8.10. проектирования на плоскость $y = \sqrt{3}x$;

8.11. проектирования на плоскость Oyz ;

8.12. зеркального отражения относительно плоскости $x - z = 0$;

8.13. зеркального отражения относительно плоскости Oxy ;

8.14. поворота относительно оси Ox на угол $\pi/2$ в положительном направлении;

- 8.15. проектирования на плоскость $x - y = 0$;
- 8.16. проектирования на плоскость $y + z = 0$;
- 8.17. зеркального отражения относительно плоскости $x + y = 0$;
- 8.18. зеркального отражения относительно плоскости $y - z = 0$;
- 8.19. проектирования на плоскость $x + y = 0$;
- 8.20. проектирования на плоскость $x - z = 0$;
- 8.21. зеркального отражения относительно плоскости $x + z = 0$;
- 8.22. поворота относительно оси Oz в положительном направлении на угол $\pi/2$;
- 8.23. проектирования на плоскость $\sqrt{3}y + z = 0$;
- 8.24. зеркального отражения относительно плоскости Oxz ;
- 8.25. поворота в положительном направлении относительно оси Oy на угол $\pi/2$;
- 8.26. проектирования на плоскость $x + z = 0$;
- 8.27. проектирования на плоскость $y + \sqrt{3}z = 0$;
- 8.28. проектирования на плоскость $\sqrt{3}x + z = 0$;
- 8.29. проектирования на плоскость $\sqrt{3}x + y = 0$;
- 8.30. поворота относительно оси Oz в положительном направлении на угол $\pi/4$;
- 8.31. проектирования на плоскость $x - \sqrt{3}z = 0$;

Задача 9. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы.

9.1.
$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

9.2.
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

9.3.
$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

9.4.
$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

9.5.
$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

9.6.
$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

9.7.
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

9.8.
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

9.9.
$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$9.10. \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$9.11. \begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$9.12. \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$9.13. \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$9.14. \begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$9.15. \begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$9.16. \begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 4 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$9.17. \begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$9.18. \begin{pmatrix} 13 & 2 & -2 \\ 6 & 9 & -6 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$9.19. \begin{pmatrix} \frac{7}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$9.20. \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{7}{3} & -\frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{5}{3} \\ \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} \end{pmatrix}.$$

$$9.21. \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{13}{3} & -\frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{11}{3} \\ \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & \frac{3}{3} \end{pmatrix}.$$

$$9.22. \begin{pmatrix} 19/3 & 2/3 & -2/3 \\ 2 & 5 & -2 \\ 2/3 & -2/3 & 11/3 \end{pmatrix}.$$

$$9.23. \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$9.24. \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$9.25. \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$9.26. \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$9.27. \begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$9.28. \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -2/3 & 5/3 & -2/3 \\ -2/3 & 2/3 & -13/3 \end{pmatrix}.$$

$$9.29. \begin{pmatrix} 5/3 & -2/3 & -4/3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2/3 & 2/3 & 7/3 \end{pmatrix}.$$

$$9.30. \begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$9.31. \begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 10. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа.

$$10.1. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2.$$

$$10.2. 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 3x_2^2 + 4x_3^2.$$

$$10.3. 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_3^2.$$

$$10.4. 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 2x_3^2.$$

$$10.5. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 + x_3^2.$$

$$10.6. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2x_3 + x_3^2.$$

$$10.7. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 2x_3^2.$$

$$10.8. x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2.$$

$$10.9. x_1^2 + 4x_1x_3 - x_2^2 - 2x_2x_3 + 4x_3^2.$$

$$10.10. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + x_3^2.$$

$$10.11. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 12x_2x_3 + 4x_3^2.$$

$$10.12. 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 5x_2^2 + 8x_2x_3 + 4x_3^2.$$

$$10.13. 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 8x_2x_3 + x_3^2.$$

$$10.14. 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 5x_2^2 + 8x_2x_3 + 4x_3^2.$$

$$10.15. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 5x_2^2 + 12x_2x_3 + 7x_3^2.$$

$$10.16. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 16x_2x_3 + 7x_3^2.$$

$$10.17. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 5x_2^2 + 10x_2x_3 + 4x_3^2.$$

$$10.18. x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 5x_2^2 + 6x_2x_3 + x_3^2.$$

$$10.19. x_1^2 + 4x_1x_3 + x_2^2 + 2x_2x_3 + 4x_3^2.$$

$$10.20. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 + x_3^2.$$

$$10.21. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 2x_3^2.$$

$$10.22. 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2^2 + 2x_3^2.$$

$$10.23. 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_3^2.$$

$$10.24. 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_3^2.$$

$$10.25. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - x_3^2.$$

$$10.26. x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - x_3^2.$$

$$10.27. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 4x_3^2.$$

$$10.28. x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 + 2x_2x_3 - x_3^2.$$

$$10.29. x_1^2 + 4x_1x_2 - x_2^2 - 2x_2x_3 + 2x_3^2.$$

$$10.30. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - x_3^2.$$

$$10.31. x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 + 3x_3^2.$$

Задача 11. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием.

$$11.1. 4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3.$$

$$11.2. 4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 + 2\sqrt{3}x_2x_3.$$

$$11.3. 2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

$$11.4. 2x_1^2 + 9x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_2x_3.$$

$$11.5. -4x_1^2 - 4x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

$$11.6. x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 2\sqrt{3}x_2x_3.$$

$$11.7. 4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

$$11.8. 3x_1^2 + x_2^2 - \frac{3}{2}x_3^2 + 2\sqrt{3}x_1x_2 - x_1x_3 + \sqrt{3}x_2x_3.$$

$$11.9. -x_1^2 - x_2^2 - 3x_3^2 - 2x_1x_2 - 6x_1x_3 + 6x_2x_3.$$

$$11.10. x_1^2 - 7x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

$$11.11. \frac{5\sqrt{2}}{4}x_1^2 + \frac{5\sqrt{2}}{4}x_2^2 + \frac{3\sqrt{2}}{2}x_3^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3.$$

$$11.12. 3x_1^2 - 7x_2^2 + 3x_3^2 + 8x_1x_2 - 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

$$11.13. x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 5\sqrt{2}x_1x_3 + \sqrt{2}x_2x_3.$$

$$11.14. x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - \frac{4}{3}x_1x_2 - \frac{8\sqrt{2}}{3}x_2x_3.$$

- 11.15. $-2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 5\sqrt{2}x_1x_3 + \sqrt{2}x_2x_3$.
- 11.16. $-(1/2)x_1^2 + 5x_2^2 - (1/2)x_3^2 - 4x_1x_2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$.
- 11.17. $x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$.
- 11.18. $-2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2x_3$.
- 11.19. $2x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2 - 8x_1x_2 - 4\sqrt{2}x_1x_3 + 2\sqrt{2}x_2x_3$.
- 11.20. $-4x_1^2 + x_2^2 - 4x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$.
- 11.21. $10x_1^2 + 14x_2^2 + 7x_3^2 - 10x_1x_2 - \sqrt{2}x_1x_3 - 5\sqrt{2}x_2x_3$.
- 11.22. $(3/2)x_1^2 - 5x_2^2 + (3/2)x_3^2 + 4x_1x_2 - x_1x_3 - 4x_2x_3$.
- 11.23. $x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 + 2\sqrt{2}x_1x_3 - 2\sqrt{2}x_2x_3$.
- 11.24. $2x_2^2 - 3x_3^2 - 2\sqrt{3}x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4\sqrt{3}x_2x_3$.
- 11.25. $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \frac{4}{3}x_1x_2 + \frac{8\sqrt{2}}{3}x_2x_3$.
- 11.26. $x_1^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 + 4\sqrt{2}x_1x_3 - 2\sqrt{2}x_2x_3$.
- 11.27. $5x_1^2 + 13x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 + 8x_2x_3$.
- 11.28. $2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + \frac{2}{3}x_1x_2 + \frac{4\sqrt{2}}{3}x_2x_3$.
- 11.29. $5x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2\sqrt{2}x_1x_3 + 4\sqrt{2}x_2x_3$.
- 11.30. $-2x_1^2 + 5x_2^2 - 2x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_2x_3$.
- 11.31. $-3x_1^2 + 9x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 8x_1x_3 + 4x_2x_3$.

Задача 12. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

- 12.1. $-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0$.
- 12.2. $2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1 = 0$.
- 12.3. $4xy + 4x - 4y = 0$.
- 12.4. $-2x^2 - 2y^2 + 2xy - 6x + 6y + 3 = 0$.
- 12.5. $-3x^2 - 3y^2 + 4xy - 6x + 4y + 2 = 0$.

$$12.6. -2xy - 2x - 2y + 1 = 0.$$

$$12.7. -x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y + 2 = 0.$$

$$12.8. -4x^2 - 4y^2 + 2xy + 10x - 10y + 1 = 0.$$

$$12.9. 4xy + 4x - 4y - 2 = 0.$$

$$12.10. x^2 + y^2 + 2xy - 8x - 8y + 1 = 0.$$

$$12.11. x^2 + y^2 + 4xy - 8x - 4y + 1 = 0.$$

$$12.12. x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 2y - 7 = 0.$$

$$12.13. 2xy + 2x + 2y - 3 = 0.$$

$$12.14. 4x^2 + 4y^2 + 2xy + 12x + 12y + 1 = 0.$$

$$12.15. 3x^2 + 3y^2 + 4xy + 8x + 12y + 1 = 0.$$

$$12.16. x^2 + y^2 - 8xy - 20x + 20y + 1 = 0.$$

$$12.17. 3x^2 + 3y^2 - 2xy - 6x + 2y + 1 = 0.$$

$$12.18. 4xy + 4x + 4y + 1 = 0.$$

$$12.19. 3x^2 + 3y^2 - 4xy + 6x - 4y - 7 = 0.$$

$$12.20. -4xy - 4x + 4y + 6 = 0.$$

$$12.21. 5x^2 + 5y^2 - 2xy + 10x - 2y + 1 = 0.$$

$$12.22. 2x^2 + 2y^2 + 4xy + 8x + 8y + 1 = 0.$$

$$12.23. -x^2 - y^2 + 2xy + 2x - 2y + 1 = 0.$$

$$12.24. 2x^2 + 2y^2 - 4xy - 8x + 8y + 1 = 0.$$

$$12.25. 3x^2 + 3y^2 + 2xy - 12x - 4y + 1 = 0.$$

$$12.26. -4xy + 8x + 8y + 1 = 0.$$

$$12.27. 2x^2 + 2y^2 - 2xy + 6x - 6y - 6 = 0.$$

$$12.28. x^2 + y^2 + 4xy + 4x + 2y - 5 = 0.$$

$$12.29. 4xy + 4x - 4y + 4 = 0.$$

$$12.30. 3x^2 + 3y^2 - 4xy + 4x + 4y + 1 = 0.$$

$$12.31. x^2 + y^2 - 4xy + 4x - 2y + 1 = 0.$$